ISSN: 2459-9948
e-ISSN: 2579-5864

Penerapan Kombinatorik pada Persamaan Diophantine Linier

A'lailliyyin[1], Rica Amalia[2], Tony Yulianto[3]

[1]*Universitas Islam Madura, alailliyyin@gmail.com*
[2]*Universitas Islam Madura, ricaamalia5@gmail.com*
[3]*Universitas Islam Madura, toniyulianto65@gmail.com*

DOI 10.31102/zeta.2022.7.2.64-68

ABSTRACT

In this paper we apply combinatoric principle on linear diophantine equation. The method being used on this research is theoritic method. Generally, the linear diophantine equation is a polynomial equation $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i = b$, where $a_i \neq 0$ and b integer. The form of equation being solved in this paper is linear diophantine equation with $a_i = 1, i = 1,2, \dots, n$. As for the solution of this equation is limited to natural numbers and whole numbers. By using the combinatoric principle, we got the number of solution of these linear diophantine equation which is the combination $C(b–1, n–1)$ for natural numbers solution and $C(b + n - 1, n - 1)$ for whole numbers solution.

.

Keywords: ***linear diophantine equation, combinatoric, natural numbers, whole numbers***

ABSTRAK

Pada penelitian ini diterapkan prinsip kombinatorik pada persamaan diophantine linier. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah metode penelitian teoritik. Secara umum, persamaan diophantine linier adalah persamaan polinomial $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i = b$, dimana $a_i \neq 0$ dan b bilangan bulat. Bentuk persamaan yang diselesaikan pada penelitian ini adalah persamaan diophantine linier dengan $a_i = 1, i = 1,2, \dots, n$. Adapun penyelesaian persamaan diophantine ini dibatasi untuk bilangan asli dan bilangan cacah. Setelah diuraikan dan dilakukan percobaan-percobaan, diperoleh jumlah penyelesaian diophantine linier tersebut adalah $C(b–1, n–1)$ untuk penyelesaian bilangan asli dan $C(b + n - 1, n - 1)$ untuk penyelesaian bilangan cacah.

Kata Kunci: ***persamaan diophantine linier, kombinatorik, bilangan asli, bilangan cacah***

1. PENDAHULUAN

Persamaan diophantine linier dibuat oleh seorang matematikawan asal Yunani bernama Diophantus pada abad ketiga. Diophantus menulis sebuah risalah yang disebut "*Arithmetica*" yang merupakan buku paling awal tentang aljabar (Yesilyurt, 2012).

Persamaan Diophantine adalah sebuah persamaan aljabar yang dicari solusi rasional atau integralnya. Persamaan aljabar adalah sebuah persamaan yang hanya melibatkan ekspresi polinomial dengan satu atau lebih variabel. Jika koefisien dari polinomial tersebut adalah bilangan rasional maka solusinya harus bilangan rasional. Begitu pula jika koefisien dari polinomial tersebut bilangan bulat maka solusinya harus bilangan bulat juga (Yesilyurt, 2012).

Persamaan Diophantine dibagi menjadi dua, yaitu persamaan diophantine linier dan persamaan diophantine non linear. Persamaan diophantine linier memiliki persamaan umum $ax + by = c$, dengan (a, b) merupakan koefisien, (x, y) merupakan variabel dan c merupakan konstanta. Matematikawan pertama yang mendapatkan solusi dari persamaan diophantine linier $ax + by = c$ adalah Brahmagupta (598-670) dengan menggunakan notasi yang rumit (Yesilyurt, 2012).

Persamaan Diophantine non linear adalah persamaan Diophantine yang variabelnya berpangkat lebih dari satu, misalkan $a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + \cdots + a_nx_n^2 = b$ (Alfalinisa'i, 2008). Suganda *et al* (2017) membahas persamaan Diophantine non linear dalam bentuk $x^n + y^n = z^n$. Secara khusus untuk n=2 maka semua solusinya disebut dengan tripel phytagoras.

Pada penelitian ini penulis menyelesaikan persamaan diophantine linier dengan n variabel yaitu $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ dengan x_i dan b adalah bilangan asli atau bilangan cacah. Adapun metode yang digunakan adalah metode kombinatorik yakni prinsip perkalian, prinsip penjumlahan, permutasi, dan kombinasi.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diophantine

Persamaan diophantine pertama kali ditemukan oleh seorang ahli matematika yang produktif pada akhir zaman yunani yang bernama Diophantus. Ia merupakan orang yang pertama kai mengoperasikan $(x - 1).(x - 2)$ tanpa referensi secara geometri. Identitas seperti $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ juga dibuktikan secara aljabar (Alfalinisa'i, 2008).

2.2 Macam-macam Persamaan Diophantine

2.2.1 Persamaan Diophantine Linear

Persamaan Diophantine Linear adalah semua persamaan yang variabelnya berpangkat satu dan setiap koefisien peubahnya berupa bilangan bulat. Contoh $7x + 18y = 208$ (Pramadita, 2008).

2.2.2 Persamaan Diophantine Non Linear

Persamaan Diophantine non Linear adalah persamaan Diophantine yang variabelnya berpangkat lebih dari satu. Misalnya $f(x_1, x_2, \ldots, x_k) = a_1{x_1}^2 + a_2{x_2}^2 + \cdots + a_n{x_n}^2$, maka $f(x_1, x_2, \ldots, x_k) = n$ disebut persamaan Diophantine non Linear (Alfalinisa'i, 2008).

Suganda, dkk (2017) membahas persamaan Diophantine non linear dalam bentuk $x^n + y^n = z^n$. Secara khusus untuk $n = 2$ maka semua solusinya disebut dengan tripel phytagoras. Dan bentuk-bentuk persamaan Diophantine non linear terus berkembang.

Teorema 2.1
Persamaan Diophantine $13^x + 17^y = z^2$ tidak mempunyai solusi bilangan bulat non negatif. Akan ditunjukkan persamaan Diophantine $13^x + 17^y = z^2$ tidak mempunyai solusi (Sugandha, et al., 2017).

Corolary 1.2
Persamaan Diophantine $13^x + 17^y = w^4$ tidak mempunyai solusi bilangan bulat non negatif (Sugandha, et al., 2017).

2.3 Kombinatorik

Kombinatorik adalah cabang Matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek tanpa harus mengenumerasi terlebih dahulu. Solusi yang ingin kita peroleh dari kombinatorik adalah jumlah cara pengaturan objek-objek tertentu didalam himpunannya. Terdapat dua kaidah dasar untuk dapat memecahkan banyak masalah persoalan menghitung dalam kombinatorial. Kaidah tersebut adalah kaidah perkalian *(rule of product)* dan kaidah penjumlahan *(rule of sum)* (Rahayuningsih, 2016).

3. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur mengenai Persamaan Diophantine dan Kombinatorial. Selanjutnya melakukan analisis pada persamaan Diophantine, dan melakukan penerapan kombinatorial pada Persamaan Diophantine selanjutnya melakukan penarikan kesimpulan pada percobaan yang telah dilakukan.

4. HASIL PENELITIAN

Pada penelitian ini diperoleh hasil penyelesaian persamaan diophantine linier dengan bentuk

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$$

untuk $b \in$ bilangan bulat, $x_i \in$ bilangan asli atau $x_i \in$ bilangan cacah dan $i = 1,2, \ldots, n$

Pada pembahasan pertama, diasumsikan bahwa $x_i \in$ bilangan asli. Terdapat tiga kasus untuk permasalahan ini yaitu:

A. Jika $n > b$ maka tidak ada penyelesaian yang memenuhi asumsi awal yaitu $x_i \in$ bilangan asli.
B. Jika $n = b$ maka penyelesaian yang memenuhi adalah $x_i = 1$ untuk $i = 1,2, \ldots, n$ sehingga terdapat 1 penyelesaian.

C. Jika $n < b$ maka penyelesaian yang memenuhi dapat dituangkan pada Teorema 1 sebagai berikut.

Teorema 1. Banyaknya penyelesaian persamaan diophantine linier $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ untuk $x_i \in \mathbb{N}$, $n < b$, dan $n \geq 2$ adalah kombinasi $C(b-1, n-1)$

Bukti:

Cara pertama untuk membuktikan teorema ini adalah dengan mendaftarkan penyelesaian persamaan diophantine linier untuk nilai n dan b tertentu sebagai berikut:

1. Untuk $n = 2$ atau $x_1 + x_2 = b$, penyelesaian (x_1, x_2) diuraikan sebagai berikut:
   i. Jika $b = 3$ maka nilai (x_1, x_2) yaitu $(1,2), (2,1) \to 2$ penyelesaian
   ii. Jika $b = 4$ maka nilai (x_1, x_2) yaitu $(1,3), (2,2), (3,1) \to 3$ penyelesaian
   iii. Jika $b = 5$ maka nilai (x_1, x_2) yaitu $(1,4), (2,3), (3,2), (4,1) \to 4$ penyelesaian
2. Untuk $n = 3$ atau $x_1 + x_2 + x_3 = b$, penyelesaian (x_1, x_2, x_3) diuraikan sebagai berikut:
   i. Jika $b = 4$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu permutasi
   $(1,1,2) \to \frac{3!}{2!1!} = 3$ penyelesaian
   ii. Jika $b = 5$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{aligned}(1,1,3) &\to \tfrac{3!}{2!1!} = 3\\ (1,2,2) &\to \tfrac{3!}{1!2!} = 3\end{aligned}\right\}\text{6 penyelesaian}$$
   iii. Jika $b = 6$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{aligned}(1,1,4) &\to \tfrac{3!}{2!1!} = 3\\ (1,2,3) &\to \tfrac{3!}{1!1!1!} = 6\\ (2,2,2) &\to \tfrac{3!}{3!} = 1\end{aligned}\right\}\text{10 penyelesaian}$$
   iv. Jika $b = 7$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{aligned}(1,1,5) &\to \tfrac{3!}{2!1!} = 3\\ (1,2,4) &\to \tfrac{3!}{1!1!1!} = 6\\ (2,2,3) &\to \tfrac{3!}{2!1!} = 3\\ (1,3,3) &\to \tfrac{3!}{2!1!} = 3\end{aligned}\right\}\text{15 penyelesaian}$$
3. Untuk $n = 4$ atau $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = b$, penyelesaian (x_1, x_2, x_3, x_4) diuraikan sebagai berikut:
   i. Jika $b = 5$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu permutasi
   $(1,1,1,2) \to \frac{4!}{3!1!} = 4$ penyelesaian
   ii. Jika $b = 6$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{aligned}(1,1,1,3) &\to \tfrac{4!}{3!1!} = 4\\ (1,1,2,2) &\to \tfrac{4!}{2!2!} = 6\end{aligned}\right\}\text{10 penyelesaian}$$
   iii. Jika $b = 7$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{aligned}(1,1,1,4) &\to \tfrac{4!}{3!1!} = 4\\ (1,1,2,3) &\to \tfrac{4!}{2!1!1!} = 12\\ (1,2,2,2) &\to \tfrac{4!}{1!3!} = 4\end{aligned}\right\}\text{20 penyelesaian}$$
   iv. Jika $b = 8$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{aligned}(1,1,1,5) &\to \tfrac{4!}{3!1!} = 4\\ (1,1,2,4) &\to \tfrac{4!}{2!1!1!} = 12\\ (1,1,3,3) &\to \tfrac{4!}{2!2!} = 6\\ (1,2,2,3) &\to \tfrac{4!}{2!1!1!} = 12\\ (2,2,2,2) &\to \tfrac{4!}{4!} = 1\end{aligned}\right\}\text{35 penyelesaian}$$
4. Untuk $n = 5$ atau $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = b$, penyelesaian $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ diuraikan sebagai berikut:
   i. Jika $b = 6$ maka nilai $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ yaitu permutasi
   $(1,1,1,1,2) \to \frac{5!}{4!1!} = 5$ penyelesaian
   ii. Jika $b = 7$ maka nilai $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ yaitu permutasi
   $$\left.\begin{aligned}(1,1,1,1,3) &\to \tfrac{5!}{4!1!} = 5\\ (1,1,1,2,2) &\to \tfrac{5!}{3!2!} = 10\end{aligned}\right\}\text{15 penyelesaian}$$
   iii. Jika $b = 8$ maka nilai $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ yaitu permutasi
   $$\left.\begin{aligned}(1,1,1,1,4) &\to \tfrac{5!}{4!1!} = 5\\ (1,1,1,2,3) &\to \tfrac{5!}{3!1!1!} = 20\\ (1,1,2,2,2) &\to \tfrac{5!}{2!3!} = 10\end{aligned}\right\}\text{35 penyelesaian}$$

Dari percobaan di atas, diperoleh pola jumlah penyelesaian persamaan diophantine linier $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ untuk $x_i \in \mathbb{N},\ n < b$ yaitu pada Tabel 1.

Tabel 1. Banyaknya penyelesaian persamaan $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ untuk $x_i \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{n} < b$

n / b	2	3	4	5
3	2	–	–	–
4	3	$3 = \frac{3 \cdot 2}{2}$	–	–
5	4	$6 = \frac{4 \cdot 3}{2}$	$4 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!}$	–
6	5	$10 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2}$	$10 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$	$5 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4!}$
7	⋮	$15 = \frac{6 \cdot 5}{2}$	$20 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!}$	$15 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4!}$
8	⋮	⋮	$35 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!}$	$35 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4!}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
b	$b - 1$	$\frac{1}{2}(b-1)(b-2)$	$\frac{1}{3!}(b-1)(b-2)(b-3)$	$\frac{1}{4!}(b-1)(b-2)(b-3)(b-4)$

Berdasarkan Tabel 1 di atas, diperoleh banyaknya penyelesaian persamaan diophantine linier $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ untuk n secara umum yaitu
$\frac{1}{(n-1)!}(b-1)(b-2)\ldots\big(b-(n-1)\big) = \frac{(b-1)(b-2)\ldots(b-(n-1))(b-n)!}{(n-1)!(b-n)!} = \frac{(b-1)!}{(n-1)!(b-n)!}$
$= C(b-1, n-1)$. ∎

Pembahasan berikutnya adalah ketika $x_i \in$ bilangan cacah. Maka penyelesaian persamaan diophantine linier $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ diuraikan dalam Teorema 2 berikut

Teorema 2. Banyaknya penyelesaian persamaan diophantine linier $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ untuk $x_i \in \mathbb{N}^*$ dan $n \geq 2$ adalah kombinasi $C(b+n-1, n-1)$

Bukti:

Cara pertama untuk membuktikan teorema ini adalah dengan melakukan percobaan-percobaan sebagai berikut:

1. Untuk $n = 2$ atau $x_1 + x_2 = b$, penyelesaian (x_1, x_2) diuraikan sebagai berikut:
   i. Jika $b = 0$ maka nilai (x_1, x_2) yaitu $(0,0) \to 1$ penyelesaian
   ii. Jika $b = 1$ maka nilai (x_1, x_2) yaitu $(0,1), (1,0) \to 2$ penyelesaian
   iii. Jika $b = 2$ maka nilai (x_1, x_2) yaitu $(0,2), (1,1), (2,0) \to 3$ penyelesaian

2. Untuk $n = 3$ atau $x_1 + x_2 + x_3 = b$, penyelesaian (x_1, x_2, x_3) diuraikan sebagai berikut:
   i. Jika $b = 0$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu $(0,0,0) \to 1$ penyelesaian
   ii. Jika $b = 1$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu permutasi
   $(0,0,1) \to \frac{3!}{2!1!} = 3$ penyelesaian
   iii. Jika $b = 2$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{array}{l}(0,0,2) \to \frac{3!}{2!1!} = 3 \\ (0,1,1) \to \frac{3!}{1!2!} = 3\end{array}\right\} 6 \text{ penyelesaian}$$
   iv. Jika $b = 3$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{array}{l}(0,0,3) \to \frac{3!}{2!1!} = 3 \\ (0,1,2) \to \frac{3!}{1!1!1!} = 6 \\ (1,1,1) \to \frac{3!}{3!} = 1\end{array}\right\} 10 \text{ penyelesaian}$$
   v. Jika $b = 4$ maka nilai (x_1, x_2, x_3) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{array}{l}(0,0,4) \to \frac{3!}{2!1!} = 3 \\ (0,2,2) \to \frac{3!}{1!2!} = 3 \\ (1,1,2) \to \frac{3!}{2!1!} = 3 \\ (0,1,3) \to \frac{3!}{1!1!1!} = 6\end{array}\right\} 15 \text{ penyelesaian}$$

3. Untuk $n = 4$ atau $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = b$, penyelesaian (x_1, x_2, x_3, x_4) diuraikan sebagai berikut:
   i. Jika $b = 0$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu $(0,0,0,0) \to 1$ penyelesaian
   ii. Jika $b = 1$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu permutasi
   $(0,0,0,1) \to \frac{4!}{3!1!} = 4$ penyelesaian
   iii. Jika $b = 2$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{array}{l}(0,0,0,2) \to \frac{4!}{3!1!} = 4 \\ (0,0,2,2) \to \frac{4!}{2!2!} = 6\end{array}\right\} 10 \text{ penyelesaian}$$
   iv. Jika $b = 3$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{array}{l}(0,0,0,3) \to \frac{4!}{3!1!} = 4 \\ (0,0,1,2) \to \frac{4!}{2!1!1!} = 12 \\ (0,1,1,1) \to \frac{4!}{1!3!} = 4\end{array}\right\} 20 \text{ penyelesaian}$$
   v. Jika $b = 4$ maka nilai (x_1, x_2, x_3, x_4) yaitu permutasi
   $$\left.\begin{array}{l}(0,0,0,4) \to \frac{4!}{3!1!} = 4 \\ (0,0,1,3) \to \frac{4!}{2!1!1!} = 12 \\ (0,0,2,2) \to \frac{4!}{2!2!} = 6 \\ (0,1,1,2) \to \frac{4!}{1!2!1!} = 12 \\ (1,1,1,1) \to \frac{4!}{4!} = 1\end{array}\right\} 35 \text{ penyelesaian}$$

4. Untuk $n = 5$ atau $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = b$, penyelesaian $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ diuraikan sebagai berikut:
   i. Jika $b = 0$ maka nilai $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ yaitu $(0,0,0,0,0) \to 1$ penyelesaian
   ii. Jika $b = 1$ maka nilai $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ yaitu permutasi
   $(0,0,0,0,1) \to \frac{5!}{4!1!} = 5$ penyelesaian
   iii. Jika $b = 2$ maka nilai $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ yaitu permutasi
   $$\left.\begin{array}{l}(0,0,0,0,2) \to \frac{5!}{4!1!} = 5 \\ (0,0,0,1,1) \to \frac{5!}{3!2!} = 10\end{array}\right\} 15 \text{ penyelesaian}$$
   iv. Jika $b = 3$ maka nilai $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ yaitu permutasi
   $$\left.\begin{array}{l}(0,0,0,0,3) \to \frac{5!}{4!1!} = 5 \\ (0,0,0,1,2) \to \frac{5!}{3!1!1!} = 20 \\ (0,0,1,1,1) \to \frac{5!}{2!3!} = 10\end{array}\right\} 35 \text{ penyelesaian}$$

Dari percobaan di atas, diperoleh pola jumlah penyelesaian persamaan diophantine linier $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ untuk $x_i \in \mathbb{N}^*$ yaitu pada Tabel 2.

Tabel 2. Banyaknya penyelesaian persamaan $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ untuk $x_i \in \mathbb{N}^*$

n / b	2	3	4	5
0	1	1	1	1
1	2	$3 = \frac{3 \cdot 2}{2}$	$4 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!}$	$5 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4!}$
2	3	$6 = \frac{4 \cdot 3}{2}$	$10 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$	$15 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4!}$
3	4	$10 = \frac{5 \cdot 4}{2}$	$20 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!}$	$35 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4!}$
4	5	$15 = \frac{6 \cdot 5}{2}$	$35 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!}$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
b	$b + 1$	$\frac{1}{2}(m+2)(m+1)$	$\frac{1}{3!}(m+3)(m+2)(m+1)$	$\frac{1}{4!}(m+4)(m+3)(m+2)(m+1)$

Berdasarkan Tabel 2 di atas, diperoleh banyaknya penyelesaian persamaan diophantine linier $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$ untuk n secara umum yaitu

$$\frac{1}{(n-1)!}\big(b + (n-1)\big)\big(b + (n-2)\big) \ldots \Big(b + \big(n - (n-1)\big)\Big)$$

$$= \frac{1}{(n-1)!}\big(b + (n-1)\big)\big(b + (n-2)\big) \ldots (b+1)$$

$$= \frac{\big(b+(n-1)\big)\big(b+(n-2)\big)\ldots(b+1)b!}{(n-1)!\,b!} = \frac{(b+n-1)!}{(n-1)!\,b!}$$

$$= C(b + n - 1, n - 1). \blacksquare$$

5. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan di atas diperoleh bahwa banyaknya penyelesaian persamaan diophantine linier

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = b$$

adalah

1. Kombinasi $C(b-1, n-1)$ untuk $x_i \in$ bilangan asli, $n < b$, dan $n \geq 2$
2. Kombinasi $C(b+n-1, n-1)$ untuk $x_i \in$ bilangan cacah dan $n \geq 2$

DAFTAR PUSTAKA

Ahfalinisa'i, 2008. *Penyelesaian Persamaan Pell dengan Menggunakan Algoritma PQa dan Metode Matriks.* Malang: Skripsi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang.

Sugandha, A., Surbakti, A. T. & Prabowo, A., 2017. Prosiding Seminar Nasional Tahunan Matematika, Sains dan Teknologi. *Persamaan Diophantine non Linear,* pp. 240-244.

Yesilyurt, D., 2012. *Solving Linear Diophantine Equations and Linear Congruential Equations*. Linnaeus University, School of Computer Science, Physics and Mathematics.