

PENERAPAN METODE *BENJAMIN BONA MAHONY* (BBM) PADA PENGUKURAN TINGGI GELOMBANG DI SELAT MADURA

Susilawati dewi¹, Rica Amalia², M Fariz Fadillah Mardianto³

^{1,2,3}Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam
Email: suzhy.smile@gmail.com, ricaamalia@gmail.com, fm.fariz@yahoo.com

ABSTRAK

Persamaan Benjamin Bona Mahony adalah persamaan Diferensial Parsial Non Linier. Skripsi ini bertujuan untuk memodelkan gelombang soliter kedalam bentuk matematika yaitu menurunkan menjadi persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM) dan mencari solusi eksak dari persamaan BBM dengan menggunakan metode gelombang berjalan. Gelombang soliter memiliki efek non dispersif. Non dispersif diartikan tidak ada perubahan bentuk, namun sebenarnya gelombang soliter ini terjadi perubahan bentuk yang sangat kecil sehingga diabaikan. Model ini dibuat dengan data dari Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG) meliputi data tinggi gelombang, kecepatan gelombang, periode gelombang, panjang gelombang dan simpangan gelombang. Hasil prediksi dari persamaan Benjamin Bona Mahony adalah amplitudo tetap sama yaitu 20 m. Hal ini sesuai dengan pengertian gelombang berjalan yaitu gelombang yang hanya bergerak/merambat ke kanan dengan amplitudo yang tetap. Karakteristik dari gelombang tersebut adalah berjalan periodik terhadap waktu dengan periode ct .

Kata Kunci: Gelombang Soliter, Persamaan Benjamin Bona Mahony, Metode Gelombang Berjalan, Selat Madura

ABSTRAC

Benjamin Bona Mahony's Equation is a Non-linear Partial Differential Equation. This thesis aims to model a solitary wave into a mathematical form that is to decrease into the Benjamin Bona Mahony (BBM) equation and find the exact solution of the BBM equation by using the wave method. The solitary wave has a non-dispersive effect. Non dispersive means no change in shape, but actually this solitary wave there is a very small form change so neglected. This model is made with data from the Meteorology, Climatology and Geophysics Agency (BMKG) including wave height data, wave velocity, wave period, wavelength and wave deviation. The prediction results from the equation of Benjamin Bona Mahony is the same fixed amplitude that is 20 m. This is in accordance with the sense of the current wave is a wave that only moves / propagates to the right with fixed amplitude. The characteristic of the wave is periodic over time with period ct .

Keywords: Solitary Waves, Equation of Benjamin Bona Mahony, Method of Walking Waves, Madura Strait.

Pendahuluan

Indonesia sebagai negara kepulauan memiliki tantangan tersendiri terutama dari sisi pengolahan pesisir dan laut. Salah satu tantangannya adalah pemenuhan sumber energi terbarukan mengingat wilayah geografis Indonesia yang memiliki garis pantai terpanjang ke-dua di dunia. Salah satu sumber daya energi terbarukan yang dapat dimanfaatkan berasal dari laut. Laut menyimpan energi yang dapat digunakan seperti angin, arus, pasang surut dan gelombang. Gelombang merupakan bentuk gerakan air laut yang paling mudah diamati. Berdasarkan bentuknya gelombang terdiri dari gelombang linier dan gelombang nonlinier. Pada gelombang linier, besar kecilnya amplitudo tidak mempengaruhi cepat rambat gelombang, contohnya pada tali. Adapun gelombang nonlinier, cepat rambat gelombangnya dipengaruhi oleh amplitudonya, contohnya adalah soliton. Gelombang nonlinier biasanya terjadi di laut dangkal (Damayanti, 2014). Contoh adalah Selat Madura.

Selat Madura adalah selat yang memisahkan Pulau Jawa dan Madura. Jarak terdekat antara kedua pulau ini berada di ujung barat Pulau Madura (pantai Barat Madura atau Kabupaten Bangkalan) dan di wilayah Kabupaten Gresik serta Kota Surabaya. Salah satu contoh gelombang nonlinier yang sesuai dengan karakteristik suatu selat atau laut kecil yang tak dalam adalah gelombang internal atau biasa disebut soliter internal. Persamaan yang digunakan adalah persamaan *Korteweg de Vries* (KdV). Persamaan ini tergolong persamaan nonlinier yang dapat mengungkapkan terjadinya fenomena soliton dalam fluida (Febrino, Akmam, & Hidayati, 2014).

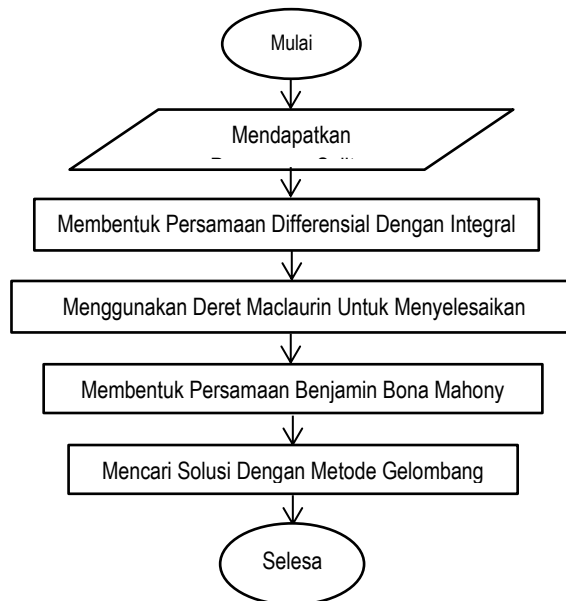
Salah satu model lain untuk panjang gelombang pada kelas sistem dispersif nonlinier ini yaitu Persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM). Pada tahun 1972, persamaan BBM dianggap solusi yang tepat bagi persamaan KdV (Damayanti, 2014). Persamaan ini dipelajari oleh Benjamin, Bona, dan Mahony (1972) sebagai perbaikan persamaan KdV untuk memodelkan gelombang gravitasi permukaan yang panjang dengan amplitudo kecil menyebar secara *uni-directionally* dalam suatu dimensi.

Beberapa kajian mengenai persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM) sudah banyak yang meneliti antara lain Kuru, Negro, Nieto (2007) yang mengkaji tentang solusi gelombang berjalan yang umum di persamaan Benjamin Bona Mahony, Pritchard dan Scoot (1995) yaitu meneliti solusi numerik persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM) dengan salah satu metode yang dikenalnya dan Damayanti (2014) meneliti tentang persamaan Benjamin Bona Mahony

untuk solusi eksaknya. Berdasarkan penelitian tersebut belum ada yang meneliti tentang pengukuran tinggi gelombang di Selat Madura dengan menggunakan persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM), sehingga dalam proposal skripsi ini mengambil judul "Model Nonlinier Menggunakan Benjamin Bona Mahony (BBM) dengan pengukuran tinggi gelombang di Selat Madura".

Metode Penelitian

langkah-langkah dalam pembentukan metode BBM pada pengukuran tinggi gelombang di Selat Madura akan dapat dilihat dalam diagram alir secara khusus pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Alir Metode metode BBM pada pengukuran tinggi gelombang di Selat Madura Dengan keterangan sebagai berikut:

Langkah-langkah penyelesaian persamaan Benjamin Bona Mahony dengan metode gelombang berjalan :

1. Diasumsikan penyelesaian dari persamaan diferensial parsial tersebut adalah $u(x, t) = f(\xi)$ dengan $\xi = x - ct$ dan dengan c adalah kecepatan gelombang.
2. Substitusi $u(x, t) = f(\xi)$ dengan $\xi = x - ct$ tersebut dalam persamaan Benjamin Bona Mahony.
3. Mencari penyelesaian dari persamaan Benjamin Bona Mahony yang tersubstitusi.
4. Mentransfer kembali $u(x, t)$.

dari keempat langkah tersebut maka didapatkan solusi persamaan Benjamin Bona Mahony yaitu:

$$u(x, t) = f(\xi) = 3(c - 1) \operatorname{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{c - 1}{c}} (x - ct) \right]$$

Yang merupakan penyelesaian gelombang berjalan dengan amplitudo $3(c - 1)$ dengan kecepatan c .

Hasil Penelitian dan pembahasan

1. Pembentukan Persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM)

Ada berbagai macam jenis gelombang di alam semesta ini salah satunya adalah gelombang soliton. Soliton merupakan gelombang yang memiliki sifat:

1. Terlokalisasi dan merambat tanpa perubahan bentuk maupun kecepatan.
2. Stabil melawan tumbukan dan mempertahankan identitasnya.

Gelombang soliter adalah gelombang yang mempunyai bentuk permanen, teratur, tak terdispersi. Kecepatan perambatan soliter sangat tergantung pada besar kecilnya amplitudo yang dimilikinya. Semakin besar amplitudo suatu gelombang soliter, semakin cepat perambatannya. Jadi jika ada dua gelombang soliter yang merambat dengan amplitudo yang berbeda dimana soliter dengan amplitudo lebih besar berada di belakang, maka pada suatu saat soliter tersebut berinteraksi setelahnya akan kembali ke bentuk semula (Satiawan, 1994).

Gelombang soliter biasanya disebut juga dengan gelombang tunggal karena gelombang berjalan ini hanya terdiri dari satu puncak gelombang. Apabila gelombang memasuki perairan yang sangat dangkal, amplitudo gelombang menjadi semakin tinggi, puncaknya menjadi semakin tajam dan lembahnya menjadi semakin datar. Gelombang tunggal merupakan gelombang translasi, dimana kecepatan partikel air hanya bergerak

dalam arah rambatan gelombang (Satiawan, 1994). Gelombang soliter memiliki efek non dispersif yaitu gelombang ini memiliki pola yang tetap ketika merambat. Dengan u adalah simpangan gelombang c_0 adalah kecepatan gelombang yang mendekati konstan, t menyatakan waktu sedangkan x

menyatakan jarak. Diasumsikan gelombang memiliki kecepatan $c_0 > 0$ dengan arah menuju x positif, maka akan didapat persamaan (4.1)

$$u_t + c_0 u_x = 0 \quad (4.1)$$

Jika efek dari panjang gelombang berhingga diabaikan, maka efek nonlinier yang kecil pada rambatan gelombang di arah x positif mengikuti cara berikut. Selanjutnya gelombang soliter merambat tanpa terjadi perubahan bentuk namun ternyata terdapat perubahan bentuk yang kecil dan perubahan itu diabaikan. Pada persamaan linier (4.1) memiliki kecepatan yang sama yaitu $\frac{dx}{dt} = c_0$, pendekatan dari kecepatan menjadi bergantung linier di u , maka didapat persamaan (4.2)

$$\frac{1}{c_0} \left(\frac{dx}{dt} \right) \Big|_{u=\text{konstan}} = 1 + bu \quad (4.2)$$

Dimana b konstan dan bergantung linier di $|bu|$ yang sangat kecil, maka artinya

$$bu = \epsilon U (\epsilon > 0) \quad (4.3)$$

Setelah itu substitusikan persamaan (4.2) ke persamaan (4.1) maka didapatkan

$$u_t + (c_0 + c_0 bu) u_x = 0$$

$$u_t + c_0 u_x + c_0 bu u_x = 0$$

$$U_t + c_0 U_x + \epsilon c_0 U U_x = 0 \quad (4.4)$$

hubungan dispersi diantara frekuensi (ω) dan angka gelombang (k) dapat dibentuk ke dalam persamaan (4.5)

$$\omega = kc(k) \quad (4.5)$$

dengan c merupakan kecepatan gelombang.

Hubungan dispersi tersebut berlaku pada persamaan gelombang harmonik sederhana. Hasil dari gelombang harmonik sederhana menggunakan prinsip fourier, dengan asumsi solusinya adalah $u(x, t)$, untuk setiap t , fungsi x pada interval $(-\infty, \infty)$ yang menggunakan integral fourier, maka dapat dibentuk persamaan (4.6)

$$u_t + c_0 (Lu)_x = 0 \quad (4.6)$$

dimana L adalah transformasi linier yang didefinisikan oleh

$$Lu = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(k)}{c_0} e^{ik(x-\xi)} u(\xi, t) u d\xi dk \quad (4.7)$$

dengan $c_0 = c(0)$. Persamaan (4.7) tersebut merupakan bentuk dari Integral Fourier. Menggunakan Deret Maclaurin

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} x^3 + \dots \quad (4.8)$$

maka untuk kasus $c(k)$ dengan menggunakan Deret Maclaurin

$$c(k) = c_0 (1 - \alpha^2 k^2)$$

$$c_0 \alpha^2 = -\frac{1}{2} c''(0) > 0 \quad (4.9)$$

selanjutnya, dengan penggunaan indeks skala variabel yaitu

$$X = \epsilon^{\frac{1}{2}} x \quad (4.10)$$

$$T = \epsilon^{\frac{1}{2}} c_0 t \quad (4.11)$$

dengan mensubstitusikan $u = \left(\frac{\epsilon}{b} \right) U(X, T)$ kedalam persamaan (4.6) yaitu U dikembalikan lagi ke U karena awalnya u disubstitusikan ke U

$$u_t + c_0 (Lu)_x = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c_0 \frac{\partial Lu}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \left(\left(\frac{\epsilon}{b} \right) U(X, T) \right)}{\partial \left(\frac{T}{\epsilon^{\frac{1}{2}} c_0} \right)} + c_0 \frac{\partial \left(L \left(\left(\frac{\epsilon}{b} \right) U(X, T) \right) \right)}{\partial \left(\frac{X}{\epsilon^{\frac{1}{2}}} \right)} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{\epsilon}{b}\right) \partial(U(X,T))}{\frac{1}{\epsilon^{1/2}} \partial T} + \frac{\left(\frac{\epsilon}{b}\right) c_0 \partial(LU(X,T))}{\frac{1}{\epsilon^{1/2}} \partial X} &= 0 \\ \frac{\epsilon^{3/2} c_0 \partial(U(X,T))}{b \partial T} + \frac{\epsilon^{3/2} c_0 \partial(LU(X,T))}{b \partial X} &= 0 \\ \frac{\epsilon^{3/2} c_0 \left(\frac{\partial(U(X,T))}{\partial T} + \frac{\partial(LU(X,T))}{\partial X}\right)}{b} &= 0 \\ \left(\frac{\partial(U(X,T))}{\partial T} + \frac{\partial(LU(X,T))}{\partial X}\right) &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial T} + \frac{\partial LU}{\partial X} &= 0 \\ U_T + (LU)_X &= 0 \\ U_T + (L_\epsilon U)_X &= 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

dengan

$$L_\epsilon U = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c\left(\frac{1}{\epsilon^2 K}\right)}{c_0} e^{iK(X-E)} dEdK \quad (4.13)$$

dan fungsi $\frac{c\left(\frac{1}{\epsilon^2 K}\right)}{c_0}$ diubah menjadi Deret Maclaurin

$$\frac{c\left(\frac{1}{\epsilon^2 K}\right)}{c_0} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \epsilon^n K^{2n}, (A_1 = -\alpha^2) \quad (4.14)$$

jika konvergen untuk semua $\frac{1}{\epsilon^2 K}$, maka persamaan (4.13) ekuivalen ke bentuk persamaan (4.15)

$$L_\epsilon U = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n A_n \epsilon^n \partial_X^{2n} U \quad (4.15)$$

Untuk $\epsilon < 1$ konvergen, maka persamaan (4.15) memenuhi pendekatan persamaan (4.16)

$$L_\epsilon U = U + \epsilon \alpha^2 U_{XX} \quad (4.16)$$

Lalu substitusi persamaan (4.16) ke dalam persamaan (4.6)

$$\begin{aligned} U_T + (L_\epsilon U)_X &= 0 \\ U_T + (U + \epsilon \alpha^2 U_{XX})_X &= 0 \\ U_T + U_X + \epsilon \alpha^2 U_{XXX} &= 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

dari persamaan (4.4) dan persamaan (4.17) di dapat persamaan (4.18)

$$U_T + U_X + \epsilon(UU_X + \alpha^2 U_{XXX}) = 0 \quad (4.18)$$

selanjutnya karena $U_X = -U_T$ maka persamaan (4.18) ekuivalen dengan persamaan (4.19)

$$U_T + U_X + \epsilon(UU_X - \alpha^2 U_{XXT}) = 0 \quad (4.19)$$

Persamaan (4.19) sudah bisa disebut persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM) secara umum, namun untuk mempermudah persamaan (4.19) dapat diubah dengan mengganti nilai $\epsilon = 1$ dan $\alpha^2 = 1$ maka menjadi persamaan (4.20)

$$u_t + u_x + uu_x - u_{xxt} = 0 \quad (4.20)$$

2. Solusi Eksak Persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM)

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mencari solusi dari persamaan Benjamin Bona Mahony adalah metode gelombang berjalan. Dibawah ini akan ditunjukkan persamaan Benjamin Bona Mahony yang mempunyai solusi dalam bentuk gelombang berjalan yang berbentuk $u(x, t) = f(\xi)$ dengan $\xi = x - ct$ dan dengan c adalah kecepatan gelombang .

Bentuk persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM) sebagai berikut:

$$u_t + u_x + uu_x - u_{xxt} = 0 \quad (4.21)$$

Penyelesaian persamaan (4.21) yang akan dicari adalah penyelesaian gelombang berjalan yang berbentuk $u(x, t) = f(\xi)$ dengan $\xi = x - ct$.

Misalkan penyelesaian persamaan tersebut bentuk seperti persamaan (4.22) sebagai berikut:

$$u(x, t) = f(x - ct) = f(\xi) \quad (4.22)$$

dengan $c > 1$ adalah suatu konstanta yang menyatakan kecepatan gelombang.

Substitusi persamaan (4.22) ke (4.21) maka akan diperoleh

$$\begin{aligned} -cf' + f' + ff' + cf'' &= 0 \\ -(c-1)f' + ff' + cf'' &= 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

dengan $f' = \frac{df}{d\xi}$, lalu mengintegrasikan persamaan (4.23) maka menjadi

$$-(c-1)f + \frac{1}{2}f^2 + cf'' = \bar{A}, \quad (4.22)$$

dengan \bar{A} adalah suatu konstanta integrasi. Jika kedua ruas dari persamaan (4.24) dikalikan dengan $2f'$ maka menjadi,

$$2f' \left[-(c-1)f + \frac{1}{2}f^2 + cf'' \right] = 2f'(\bar{A})$$

$$[-(c-1)2f'f + cf'''] = 2f'\bar{A}$$

kemudian di integralkan akan didapat,

$$\left[-(c-1)f^2 + \frac{1}{3}f^3 + cf'^2 \right] = 2\bar{A}f + \bar{B}$$

atau

$$f'^2 = \frac{1}{3}cf^3 + \frac{c-1}{c}f^2 + 2\frac{\bar{A}}{c}f + \frac{\bar{B}}{c}$$

dengan \bar{B} merupakan suatu konstanta integrasi, dan jika $\frac{\bar{A}}{c} = A$ dan $\frac{\bar{B}}{c} = B$ maka menjadi persamaan (4.25)

$$f'^2 = -\frac{1}{3}cf^3 + \frac{c-1}{c}f^2 + 2Af + B \quad (4.25)$$

jika $f(\xi)$ dipilih positif sedemikian sehingga f, f' dan f'' menuju nol, untuk ξ menuju $\pm\infty$, maka penyelesaian yang didapat disebut dengan gelombang soliter. Dalam hal ini A dan B sama dengan nol sehingga persamaan (4.25) menjadi

$$f'^2 = \frac{1}{3}cf^3 + \frac{c-1}{c}f^2$$

atau

$$f' = \sqrt{-\frac{1}{3}cf^3 + \frac{c-1}{c}f^2}$$

$$= \sqrt{f^2 \left(\frac{c-1}{c} - \frac{1}{3c}f \right)} \quad (4.26)$$

karena $f' = \frac{df}{d\xi}$ maka,

$$\frac{df}{d\xi} = \sqrt{f^2 \left(\frac{c-1}{c} - \frac{1}{3c}f \right)}$$

$$d\xi = \frac{df}{\sqrt{f^2 \left(\frac{c-1}{c} - \frac{1}{3c}f \right)}}$$

$$\int d\xi = \int \frac{df}{\sqrt{f^2 \left(\frac{c-1}{c} - \frac{1}{3c}f \right)}}$$

$$\xi = \int \frac{df}{\sqrt{f^2 \left(\frac{c-1}{c} - \frac{1}{3c}f \right)}} \quad (4.27)$$

selanjutnya dengan substitusi $f = 3(c-1)\text{sech}^2\theta$ (prasetio, 1985) ke persamaan (4.27), menjadi

$$\xi = \int \frac{6(c-1)\text{sech}^2\theta \tanh\theta d\theta}{\sqrt{(3(c-1)\text{sech}^2\theta)^2 \left[\frac{c-1}{c} - \frac{1}{3c}(3(c-1)\text{sech}^2\theta) \right]}}$$

$$= \int \frac{6(c-1)\text{sech}^2\theta \tanh\theta d\theta}{3(c-1)\text{sech}^2\theta \sqrt{\left[\frac{c-1}{c} - \frac{1}{c}(c-1)\text{sech}^2\theta \right]}}$$

$$= \int \frac{6(c-1)\text{sech}^2\theta \tanh\theta d\theta}{3(c-1)\text{sech}^2\theta \sqrt{\left[\frac{c-1}{c}(1 - \text{sech}^2\theta) \right]}}$$

$$= \int \frac{6(c-1)\text{sech}^2\theta \tanh\theta d\theta}{3(c-1)\text{sech}^2\theta \sqrt{\left[\frac{c-1}{c} \tanh^2\theta \right]}}$$

$$= \int \frac{6(c-1)\text{sech}^2\theta \tanh\theta d\theta}{3(c-1)\text{sech}^2\theta \sqrt{\frac{c-1}{c} \tanh\theta}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int \frac{2d\theta}{\sqrt{\frac{c-1}{c}}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\frac{c-1}{c}}}(\theta) \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

Persamaan (4.28) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}
 \theta &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c-1}{c}}(\xi) \\
 &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c-1}{c}}(x - ct) \quad (4.29)
 \end{aligned}$$

Persamaan (4.29) disubstitusikan ke persamaan $f = 3(c-1)\text{sech}^2\theta$, maka diperoleh

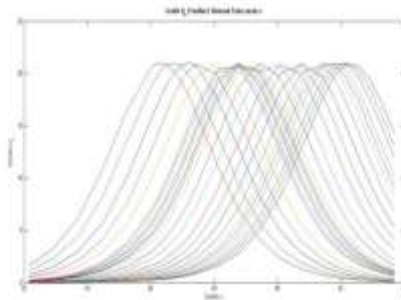
$$u(x, t) = f(\xi) = 3(c-1)\text{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{c-1}{c}}(x - ct) \right] \quad (4.30)$$

jadi solusi dari persamaan (4.21) adalah,

$$u(x, t) = f(\xi) = 3(c-1)\text{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{c-1}{c}}(x - ct) \right]$$

berikut menyatakan kurva gelombang $u(x, t)$

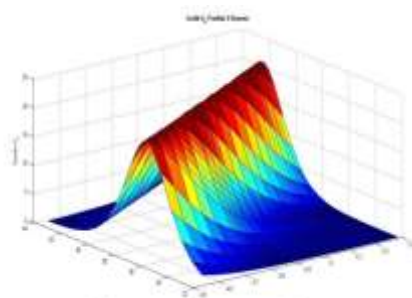
$$u(x, t) = f(\xi) = 3(c-1)\text{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{c-1}{c}}(x - ct) \right]$$



Gambar 2 kurva gelombang dua dimensi terhadap posisi x

Pada Gambar 2 tiap warna menunjukkan gelombang pada tiap satuan waktu dalam hal ini adalah jam. Terlihat pula bahwa dengan bertambahnya waktu maka gelombang hanya akan berjalan ke kanan sepanjang sumbu x tanpa merubah bentuknya dengan amplitudo yang tetap yaitu 20 m. Hal ini sesuai dengan pengertian gelombang berjalan yaitu gelombang yang hanya bergerak/merambat ke kanan dengan amplitudo yang tetap. Karakteristik dari gelombang tersebut adalah berjalan periodik terhadap waktu dengan periode ct .

Berikut ini adalah grafik tiga dimensi dari data tinggi gelombang selama 24 jam pada bulan Februari 2017.



Gambar 3 kurva gelombang dua dimensi terhadap waktu t

Gambar 3 memperlihatkan profil yang tidak jauh berbeda. Pada Gambar 4.1 merupakan Gambar pada dua dimensi, sedangkan pada Gambar 4.3 merupakan permukaan gelombang yang dilihat pada dimensi tiga. Dari Gambar 4.2 nampak bahwa amplitudo gelombang yaitu 20 m.

Kesimpulan Dan Saran

1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang dilakukan pada data tinggi gelombang di Selat Madura, diperoleh kesimpulan adalah hasil prediksi dari persamaan Benjamin Bona Mahony dengan $u(x, t)$ adalah amplitudo tetap sama yaitu 20 m. Hal ini sesuai dengan pengertian gelombang berjalan yaitu gelombang yang hanya bergerak/merambat ke kanan dengan amplitudo yang tetap. Karakteristik dari gelombang tersebut adalah berjalan periodik terhadap waktu dengan periode ct .

2. Saran

Saran yang diusulkan untuk pengembangan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menganalisis gelombang soliter dan penurunannya kedalam persamaan Diferensial Parsial yang lain.
2. Mencari solusi persamaan Benjamin Bona Mahony (BBM) lain dengan metode cosinus dan metode jacobian.
3. Dilakukannya analisis kembali dengan menggunakan tinggi gelombang tapi sebelum memprediksi harus tahu seberapa dangkal gelombang soliternya.
4. Melakukan analisis pada tempat yang berbeda dan memiliki hubungan spasial antar variabel.

Daftar Pustaka

- Damayanti, I. (2014). *Penurunan Benjamin Bona Mahony (BBM) Pada Gelombang Soliter Dalam Sistem Dispersif Nonlinier Dan Solusi Eksaknya*. Yogyakarta: Pendidikan Matematika Fakultas Negeri Yogyakarta .
- Drazin, P., & Johnson, R. (1992). *Soliton: An Introduction*. New york: Cambridge University Press.
- Fajar, Purwanto, & Indrayanti, E. (2014). *Kajian Potensi Arus Laut Sebagai Energi Alternatif Pembangkit Listrik Di Perairan Sekitar Jembatan Suramadu Selat Madura*. Madura: Jurusan Ilmu Kelautan Fakultas Perikanan Dan Ilmu Kelautan.
- Febrino, Y., Akmam, & Hidayati. (2014). *Pemodelan Karakteristik Gelombang Soliter Internal Air Laut Menggunakan Solusi Soliton Persamaan Korteweg De Vries*. Padang: Pengajar Jurusan Fisika FMIPA Universitas Negeri Padang.
- Hidayati, D. (2010). *Penentuan Solusi Gelombang Nonlinier Korteweg De Vries Menggunakan Metode Hirota*. Padang: Jurusan Fisika FMIPA Universitas Negeri Padang.
- Satiawan, S. (1994). *Gempita Tarian Kosmos*. Yogyakarta: Andi Offset Yogyakarta.
- Siswanto, A. D. (2012). *Studi Karakteristik Gelombang Di Kabupaten Bangkalan Sebelum Jembatan Suramadu*. Madura : Jurusan Ilmu Kelautan Universitas Trunojoyo Madura.
- Taufik, R. (2001). *Gelombang Dan Optik*. Bandung: Jurusan Pendidikan Fisika Fakultas MIPA UPI.